

# ENSAYO: COMPETENCIA MATEMÁTICA, ESTUDIANTES COMPETENTES Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Iván Esteban Pérez Vera  
Universidad de los Lagos, Chile  
Estudiante Postgrado en Educación Matemática  
[ivanestebanperez@gmail.com](mailto:ivanestebanperez@gmail.com)  
Agosto 2012

## **Introducción y algunos antecedentes.**

La actualidad de la educación matemática en el sistema escolar, particularmente en el medio chileno, ha puesto en evidencia debilidades y falencias tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de la misma. Algunas de estas debilidades apuntan al mismo sistema escolar, a los docentes, a las familias, a los estudiantes y la falta de competencias que estos presentan al enfrentarse a desafíos que implican la utilización de herramientas matemáticas.

Quizás una de las evidencias más importantes de las afirmaciones anteriores son los informes de la prueba PISA (Programme for International Student Assessment of the OECD), la que si bien nos sitúa por sobre nuestros pares latinoamericanos, a nivel de la OECD (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) estamos posicionados bajo el promedio, ubicándonos en el lugar 44 de 67 países participantes.

La prueba PISA (en su versión 2006) caracteriza las competencias en matemática de los estudiantes en seis niveles de rendimiento, mediante los cuales se describe el grado de competencia alcanzado por los y las estudiantes. A éstos se añade un nivel inferior que encuadra al alumnado que no alcanza la puntuación correspondiente al primer nivel .

La definición de estos niveles permite, por un lado, asignar a cada alumno o alumna una puntuación específica en función de los ítemes que ha respondido correctamente; por otro lado, sirve para describir que tipo de tareas es capaz de realizar en cada nivel. Para la construcción de estos niveles se asigna a los ítemes una puntuación que está en la misma escala que la puntuación obtenida por el alumnado. Posteriormente se establecen 6 niveles en orden ascendente de dificultad a los que se le asigna la puntuación correspondiente, teniendo en cuenta que entre cada nivel se mantiene una distancia de 62 puntos. (Christin, 2008).

Competencia en el Nivel 6. Los alumnos competentes en el Nivel 6 de la escala de matemáticas son capaces de llevar a cabo pensamientos y razonamientos matemáticos avanzados. Estos alumnos pueden aplicar su entendimiento y conocimiento, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales, con el fin de desarrollar nuevos enfoques y estrategias para afrontar situaciones novedosas. Los alumnos de este nivel pueden formular y comunicar con precisión sus actos y reflexiones, relativos a sus averiguaciones, interpretaciones, argumentaciones, y su adecuación a las situaciones originales.

Competencia en el Nivel 5. Los alumnos competentes en el Nivel 5 en la escala de matemáticas pueden desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Son capaces de seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para enfrentarse a problemas complejos relacionados con estos modelos. Los alumnos de este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y de razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, e intuiciones relativas a estas situaciones.

Competencia en el Nivel 4. Los alumnos competentes en el Nivel 4 de la escala de matemáticas pueden trabajar eficazmente con modelos explícitos para situaciones complejas concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Son capaces de seleccionar e integrar distintas representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones de la vida real. Los alumnos en este nivel pueden utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar de forma flexible, con cierta perspicacia, en estas situaciones.

Competencia en el Nivel 3. Los alumnos en el Nivel 3 de la escala de matemáticas pueden llevar a cabo procedimientos descritos de forma clara, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciadas. Son capaces de seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas simples. Los alumnos en este nivel saben interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información. Pueden también elaborar breves escritos exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos.

Competencia en el Nivel 2. Los alumnos competentes en el Nivel 2 de la escala de matemáticas saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que solo requieren una inferencia directa. Pueden extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único modelo de representación. Los alumnos en este nivel pueden emplear algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales. Son capaces de realizar razonamientos directos e interpretaciones literales de sus resultados. Este nivel representa el nivel de referencia de la competencia matemática en la escala de PISA en el cual los alumnos comienzan a demostrar las habilidades de conocimiento necesarias para utilizar las matemáticas de forma activa, habilidades consideradas fundamentales para su futuro desarrollo y empleo de las matemáticas.

Competencia en el Nivel 1. Los estudiantes competentes en el Nivel 1 saben responder a preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente, y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar información y de llevar a cabo procedimientos rutinarios, con instrucciones directas en situaciones explícitas. Saben realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

Nivel inferior al Nivel 1. Normalmente no son capaces de resolver con éxito el tipo de matemáticas más básicas que PISA pretende medir. Su patrón de respuestas en la evaluación es tal, que según el podrían responder tan solo a menos de la mitad de las tareas de una prueba compuesta por ejercicios del Nivel 1 exclusivamente. Estos alumnos tendrán serias dificultades para utilizar las matemáticas como herramienta efectiva para beneficiarse de nuevas oportunidades educativas y de aprendizaje a lo largo de sus vidas.

Estos niveles son graduados por puntajes que permiten realizar clasificaciones de las competencias de los estudiantes, en la versión 2009 Chile promedio en Matemáticas 421 puntos, que como país nos

ubica en el nivel dos de competencia (puntuaciones superiores a 420.1, pero inferiores o iguales a 482,4 puntos) tan solo a un punto de del nivel 1. Aun más preocupante, es que un 22% de los estudiantes chilenos se ubican bajo el primer nivel, que según los mismos niveles de competencia tendrán serias dificultades para utilizar las matemáticas como herramienta efectiva para beneficiarse de nuevas oportunidades educativas y de aprendizaje a lo largo de sus vidas.

En los niveles superiores (5 y 6) tan solo un 1% de estudiantes chilenos logra las competencias establecidas, muy por debajo del promedio OCDE que llega a un 13%.

### **Competencia matemática y estudiantes competentes en matemática.**

Por lo anterior nace la inquietud de identificar que se entiende por competencia matemática.

Ante esto PISA (2006) plantea lo siguiente “Competencia matemática es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos”. (OCDE, 2006, citado en Espinoza 2009) .

Nos llama la atención la relación matemática y mundo, identificando que las matemáticas no son en si mismas, si no una forma de ver lo que nos rodea, no por la necesidad de matematizar todos los procesos o actividades, sino por esa forma de ver el aporte que han de hacer las matemáticas en la vida de los individuos y en su rol como ciudadanos.

Otra definición de competencia matemática es la presenta el Departamento de Educación del Gobierno Vasco (España) en el documento “Competencia Matemática” publicado el año 2009:

“La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral”. (Gobierno Vasco, 2009).

Observamos en esta definición la visión de una matemática funcional, que si bien busca fortalecer la matemática en si misma, deja en claro la necesidad de que esta debe ser un aporte fuera de ella, aportando en la actividad diaria como el desarrollo laboral.

Como última definición de competencia matemática expondremos la presentada por Rico y Lupiáñez (2008), en su artículo “Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular ”:

“La competencia matemática consiste en un saber hacer en la práctica mediante herramientas matemáticas. Consiste en utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible. Hace especial énfasis en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación. Muestra cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de a vida cotidiana. Se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana”. (Rico y Lupiáñez, 2008) .

Desprendemos de esta definición un sentir sobre el como la matemática cobra vida cuando es utilizada en múltiples actividades, no solo en las escolares, por el contrario, fortaleciendo su uso en la vida cotidiana y en diversas situaciones, originadas en campos ajenos al escolar y al matemático.

Ante estos antecedentes nos parece necesario identificar cuales son las competencias y habilidades que propone desarrollar la educación matemática en Chile, particularmente, como la prueba PISA 2009 se focalizo en estudiantes de 15 años, puntualizaremos en los planes y programas de segundo medio propuestos por el MINEDUC.

En la revisión realizada al plan y programa de segundo medio se da cuenta de la no presencia de competencias a desarrollar por los estudiantes, aunque se establecen habilidades que los estudiantes deben adquirir, como son el razonamiento lógico, la visualización espacial, el pensamiento analítico, el cálculo, el modelamiento y las destrezas para resolver problemas.

De forma específica para el nivel se espera que los estudiantes puedan aproximar números mediante variados métodos, argumentar respecto a las variaciones que se producen en la representación gráfica de funciones , ubicar raíces en la recta numérica , modelar situaciones diversas a través de funciones , demostrar propiedades y teoremas .

Al realizar una primera comparación de estas habilidades con los niveles de competencias propuestos en PISA identificamos una relación directa con el nivel 2, lo que nos permite conjeturar sobre el enfoque de los programas nacionales de Educación Matemática y su escaso desarrollo de competencias en los estudiantes, presentándose en general como una adquisición de procesos rutinarios y mecánicos.

A raíz de los antecedentes, nos cuestionamos como ha de ser un estudiante competente en matemática, o bien que competencias desarrollar y potenciar en los estudiantes de nuestro país, creemos que la matemática, como se presenta en los planes y programas de Chile es pasajera y no fortalece a la persona entregando una herramienta para la vida.

De igual forma observamos que nuestros planes y programas se centran en el análisis de situaciones matemáticas, y no como se destaca en las definiciones propuestas antes revisadas, en la utilidad de la matemática fuera de si misma, no se presenta como una herramienta que fortalece las actividades cotidianas, sumando que los contextos que se proponen son simplemente alegóricos.

Algunas preguntas que nacen son ¿Cómo ha de ser un estudiante competente en matemática?, ¿Cómo debiese ser la educación matemática para lograr tales competencias?.

Quintanilla, Labarrere, Díaz y Santos (2007) en su investigación “Identificación, caracterización y promoción de competencias de pensamiento científico en estudiantes de secundaria, mediante el enfrentamiento a la resolución de problemas. Un aporte a la Reforma” establece al sujeto competente en base a acciones de adaptación y transformación del contexto de actuación en relación con las exigencias del entorno en un momento dado .

Se destaca la competencia del sujeto por como este se relaciona con el contexto en el que se desenvuelve y en un tiempo específico, no como un ser aislado que se desarrolla en si mismo, realzando el valor del entorno que lo rodea y de como este afecta su actividad.

En la misma investigación, se propone que estudiantes competentes en matemática son capaces de construir referentes desde los cuales situarse y actuar sobre la realidad, configuran proyectos deseados y deseables a modo de horizontes que gatillan el dinamismo de su desarrollo, capaces para la

autogestión en escenarios de desequilibrio e incertidumbre, tomando una postura en sus procesos de construcción de identidad .

Realidad y entorno se presentan como intrínsecos de las competencias en matemática, dejando en claro que la matemática es una herramienta para actuar y generar actividad sobre ella, gestionar y tomar decisiones desde la matemática en el que hacer cotidiano son parte del desarrollo del estudiante competente en matemática, no ha de ser suficiente desarrollar las competencias matemáticas cuyo fin sea la matemática misma.

Quintanilla, Labarrere, Díaz y Santos (2007) ” , proponen a los estudiantes competentes configurados en cinco dimensiones:

1. Desarrolla maneras de pensar y puntos de vista sobre la acción y el actuar matemático competente.
2. Aborda tareas y problemas, en la actividad matemática escolar, que favorecen la creación, la comunicación y la gestión.
3. Desarrolla actividad matemática estudiantil con modelos y situaciones (orientación en contextos).
4. Despliega competencias de autorreferencia y autoregulación de su desempeño en la actividad matemática.
5. Ostenta actividad matemática escolar en ambientes de desarrollo intencional.

Se observa una educación matemática crítica de la actividad y del entorno en que se desarrolla, potencia un nivel de competencia que favorece el desarrollo de herramientas intencionadas al enfrentar en diversos contextos y situaciones la necesidad de utilizar modelos, además de favorecer que sea el mismo estudiante quien gestione su desempeño.

¿Cómo estimular el desarrollo de estas competencias?

Varios autores e instituciones (Quintanilla, Labarrere, Díaz y Santos 2007, OCDE, 2006, Mineduc 2011, entre otros) hacen referencia a un aprendizaje basado en la resolución de problemas como forma de promoción y adquisición de competencias por parte del estudiante. En relación, Pólya (1990, en Alfaro 2006) expresa que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemática es la correcta actitud de la manera de cometer y tratar los problemas, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política, tenemos problemas por doquier. La actitud correcta en la forma de pensar puede ser ligeramente diferente de un dominio a otro pero solo tenemos una cabeza y por lo tanto es natural que en definitiva allá sólo un método de acometer toda clase de problemas. Mi opinión personal, señala Pólya, es que lo central en la enseñanza de la matemática es desarrollar tácticas en la Resolución de Problemas.

## **Algunos entendimientos sobre resolución de problemas.**

Schoenfeld (1992, en Barrantes 2006) señala que el término resolución de problemas ha servido como un paraguas bajo el cual se realizan radicalmente diferentes tipos de investigación, por lo que un requerimiento de cada estudio o discusión de la resolución de problemas se acompañe de una definición operacional del término, ya que gran confusión emerge cuando el mismo término se refiere a una multitud de algunas veces contradictorios de comportamientos típicamente no especificados. Aunque creemos de vital importancia caracterizar las distintas miradas de lo que se está entendiendo por tal actividad.

“La importancia de la resolución de problemas es reconocida internacionalmente como un aspecto central del proceso de aprendizaje en matemáticas y sigue siendo la principal preocupación de educadores e investigadores en educación matemática ” (Díaz y Poblete 2001).

Schoenfeld (1992, en Barrantes 2006) señala que el término resolución de problemas ha servido como un paraguas bajo el cual se realizan radicalmente diferentes tipos de investigación, por lo que un requerimiento de cada estudio o discusión de la resolución de problemas se acompañe de una definición operacional del término, ya que gran confusión emerge cuando el mismo término se refiere a una multitud de algunas veces contradictorios de comportamientos típicamente no especificados.

¿Qué entiende por resolución de problemas el MINEDUC?, ¿Qué entiende por resolución de problemas PISA?, ¿Qué otros entendimientos existen sobre lo que es resolución de problemas? ¿Son estas miradas de la resolución de problemas las que más se acercan al ideal para potenciar el desarrollo de competencias matemáticas?, estas son algunas interrogantes que surgen motivadas por las inquietudes planteadas por Schoenfeld.

Para el MINEDUC (2012) la Resolución de Problemas se entiende a partir de un saber y un saber hacer, propio del conocimiento disciplinario, necesario para la comprensión de la realidad y, fundamentalmente, para enfrentar y resolver variadas situaciones en diversos contextos. Es así como la Resolución de Problemas puede ir desde el enfrentar y resolver problemas muy explícitos y directos, hasta comparar y evaluar diferentes estrategias de resolución.

En PISA (2003) se define la resolución de problemas como la capacidad individual que utiliza los procesos cognitivos para confrontar y resolver situaciones multidisciplinares donde el camino hacia su resolución, además de no ser obvio, necesita de conocimientos aplicables desde diferentes áreas, no exclusivamente desde matemáticas, ciencias o lectura.

Santos (2008) identifica a la resolución de problemas como una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje (los estudiantes y el profesor) buscan diversas maneras de resolver la situación y reconocen la relevancia de justificar sus respuestas con distintos tipos de argumentos. Es decir, la meta no es solamente reportar una respuesta sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema. También contempla actividades que permitan extender el problema inicial y formular conjeturas y otros problemas.

Para Díaz y Poblete (2001) una de las definiciones más comúnmente usadas de la resolución de problemas, estipula que la tarea debe ser compleja si se va a referir a ella como un problema. Según esta definición, una tarea es un problema para un alumno si ella requiere de una solución bajo ciertas condiciones específicas, si este comprende la tarea, pero no encuentra una estrategia inmediata para su

solución, y, finalmente, si es motivado para buscar la solución.

Estas miradas sobre lo que es resolución de problemas nos dan algunas directrices sobre las cuales tenemos que decidir en post del desarrollo de los estudiantes competentes en matemática, ¿Individuo o comunidad?, ¿Centrado en el entorno o en el objeto matemático?, ¿Solución matemática o respuesta a una problemática real?, ¿Respuesta mecánica o análisis de estrategias?.

Las interrogantes anteriores nos hacen destacar que toda herramienta matemática ha nacido como respuesta a una situación o fenómeno, en tiempo determinado y bajo un contexto cultural específico. Históricamente la matemática a sido utilizada para resolver los problemas del hombre como individuo que se desarrolla en una comunidad y como ciencia ha de involucrarse en el estudio del mundo físico (salvo las matemáticas puras), por lo que no puede desligarse de las necesidades de la sociedad y del beneficio de la misma.

Creemos que resolver problemas no debe entenderse como la identificación de un objeto matemático en una situación determinada,

Entendemos como resolución de problemas cuando una comunidad se enfrenta a un fenómeno determinado del ambiente o entorno, en un contexto y tiempo específico, logrando por medio de la utilización de diversas herramientas establecer patrones, realizar conjeturas, generalizar la situación, proponiendo una respuesta que permita su aplicación en situaciones de similares características.

### **Resolución de problemas como desarrollo de estudiantes competentes en Matemática.**

Desde su visión de la resolución de problemas Schoenfeld (1992, en Barrantes 2006) plantea el concepto de “Control” que se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo y si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía.

Este proceso de Control creemos que es posible articularlo en relación a las cinco dimensiones que proponen para la configuración de estudiantes competentes Quintanilla, Labarrere, Díaz y Santos (2007).

Algunas acciones que involucran el control y su articulación con las dimensiones son las que se presentan a continuación:

- Entendimiento: tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo. Relacionamos esta acción con la dimensión que desarrolla maneras de pensar y puntos de vista sobre la acción y el actuar matemático competente
- Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica, o sea: hacer un diseño. Relacionada con la dimensión que aborda tareas y problemas, en la actividad matemática escolar, que favorecen la creación, la comunicación y la gestión. Desarrolla actividad matemática estudiantil con modelos y situaciones

- Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo. Relación con dimensión que despliega competencias de autorreferencia y autorregulación de su desempeño en la actividad matemática
- Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno. Relación con dimensión que ostenta actividad matemática escolar en ambientes de desarrollo intencional.
- Revisar el proceso de resolución. Es posible relacionar esta acción de control con todas las dimensiones planteadas.

Se hace evidente el potencial de la resolución de problemas como herramientas para el desarrollo de estudiantes competentes en matemática, siempre que este proceso se realice de forma consiente y sea posible realizar seguimiento a los procesos de cada estudiante.

George Polya (1949) estableció cuatro etapas que después sirvieron de referencia para muchos planteamientos y modelos posteriores, en los que se fueron añadiendo nuevos matices, si bien el esquema básico de todos ellos se mantiene. Las etapas del proceso de resolución que determina Polya son las siguientes:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva.

Lo que proponemos es intencionar cada una de estas etapas con el fin de estimular la generación de competencias matemáticas, potenciando que cada estudiante sea consciente del desarrollo de sus propias competencias.

#### Bibliografía.

- Ministerio de Educación. (2012). Orientaciones e instrumentos de Evaluación Diagnóstica, Intermedia y Final en Resolución de Problemas. 1er. Año de Educación Media. Santiago, Chile: Ministerio de Educación, División Educación General, Nivel Educación Media.
- Espinoza, L. (2009). Análisis de las competencias en NB1. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas. Santiago, Chile: Departamento de Estudios y Desarrollo. División de planificación y presupuesto, Ministerio de Educación.
- Díaz, M., Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. Revista de Didáctica de las matemáticas, volumen 45, págs. 33-41.



- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas: El trabajo de Allan Schoenfeld. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, año 1, número 1.
- Alfaro, C. (2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas,. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, año 1, número 1.
- Santos, M. (n.d.). La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas de la construcción de una agenda de investigación práctica. N.p.: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cienvestav-IPN
- Gobierno Vasco: Depto. Educación Universidades e Investigación, Vice Consejería de Educación. (n.d.).Competencia Matemática.
- Echenique, I. (2006). Matemáticas resolución de problemas: Educación Primaria. N.p.: Gobierno de Navarra: Depto. de Educación
- Polya, G. (1995): Cómo plantear y resolver problemas, México, Trillas.
- Rico, L., y Lupiáñez, J. L. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza Editorial.
- (2008, Diciembre 7). Los niveles de competencia en PISA 2006 y realidad Argentina. Revisado Agosto 28, 2012, from <http://www.evaluacionesinternacionales.edusanluis.com.ar/2008/12/los-niveles-de-competencia-en.html>
- (2010, Diciembre 7). Chile en PISA 2009: primera mirada a los resultados. Revisado Agosto 28, 2012, from <http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=206472>